

三维仿生悬停扑翼的时间非对称扑动气动特性

朱建阳, 蒋 林, 雷 斌

(武汉科技大学 机械自动化学院 冶金装备及其控制教育部重点实验室, 武汉 430081)

**摘 要:** 基于对现有黄蜂飞行观察实验的分析,建立了不同下扑和上挥时间非对称扑动悬停扑翼运动轨迹模型,并采用数值求解三维层流 Navier-Stokes(N-S)方程的方法,研究了采用不同下扑和上挥时间比的仿生悬停扑翼气动特性.结果表明采用适当的时间非对称扑动可以增强悬停扑翼的气动性能.进一步通过对不同时间非对称扑动扑翼流场分析得出,采用时间非对称扑动不但可以增强使扑翼产生高升力的旋转环流机制,而且还可以增强扑翼表面涡流和展向流的强度,从而使扑翼具有更好的气动性能.

**关 键 词:** 扑翼; 时间非对称扑动; Navier-Stokes 方程; 旋转环流; 展向流

**中图分类号:** V211.3      **文献标志码:** A

Aerodynamic performance of time asymmetric flapping of a three-dimensional flapping hovering bionic wing

ZHU Jian-yang, JIANG Lin, LEI Bin

(Key Laboratory of Metallurgical Equipment and Control Technology Ministry of Education, School of Machinery and Automation, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

**Abstract:** Based on the analysis of the bumblebees flight, the kinematic model of time asymmetric flapping hovering wing was established, and the effect of different time asymmetric flapping on the aerodynamic performance of the wing was numerically studied by solving three-dimensional laminar Navier-Stokes (N-S) equation. The results show that the wing with appropriate time asymmetric flapping possesses enhancement aerodynamic performance. Through the analysis of flow field of different time asymmetric flapping wings, it was also found that the enhancement rotational circulation, stronger leading edge vortex and spanwise flow were observed for the wing with appropriate time asymmetric flapping, hence leading to enhancement aerodynamic performance.

**Key words:** flapping wing; time asymmetric flapping; Navier-Stokes equation; rotational circulation; spanwise flow

昆虫是自然界中获得飞行能力最早的生物,有实验研究表明昆虫在飞行中,其翅膀下扑和上挥过程存在明显的时间非对称性<sup>[1-4]</sup>.这种时间非对称的翅膀运动方式是昆虫经过数百万年

自然选择的结果,对扑翼的飞行性能产生重要影响.然而,在已发表的文献中仅有少量的研究关注时间非对称扑动对扑翼气动性能产生影响.

**收稿日期:** 2015-09-12  
**基金项目:** 国家自然科学基金(51505347)  
**作者简介:** 朱建阳(1981—),男,讲师,博士,主要从事低雷诺下空气动力学研究.

**引用格式:** 朱建阳,蒋林,雷斌. 三维仿生悬停扑翼的时间非对称扑动气动特性[J]. 航空动力学报,2017,32(4):858-864. ZHU Jian-yang, JIANG Lin, LEI Bin. Aerodynamic performance of time asymmetric flapping of a three-dimensional flapping hovering bionic wing[J]. Journal of Aerospace Power,2017,32(4):858-864.

Yu 和 Tong<sup>[5]</sup>基于理论模化的方法,分析了时间非对称扑动对一维、二维前飞扑翼气动性能产生的影响,结果表明采用时间非对称扑动对扑翼的升力和气动功率影响较小,但可以显著影响扑翼的推力,下扑时间越长的扑翼产生的推力越大.而 Zhang 和 Zhou<sup>[6]</sup>通过对一维扑动前飞扑翼气动性能的数值分析发现,采用适当的时间非对称扑动,可以同时增加一维扑动前飞扑翼的升力和推力. Sarkar 等<sup>[7]</sup>通过对一维、二维类蜻蜓悬停扑翼的气动特性数值分析发现,下扑时间越短的扑翼可以增强扑翼的气动载荷.而 Lu 等<sup>[8]</sup>基于数值求解 N-S 方程的方法,分析了时间非对称运动对一维、二维刚性纯转动扑翼气动特性的影响,得到采用时间非对称转动可以显著影响扑翼前缘涡运动的结论.

Zhu 和 Zhou<sup>[9]</sup>采用数值计算方法,系统分析了时间非对称扑动对一维、二维悬停和前飞扑翼气动性能产生的影响,结果表明:悬停时,在低雷诺数下,采用时间非对称扑动可以提高扑翼产生的升力系数均值和升举效率;在较高雷诺数下,采用时间非对称扑动则不能使扑翼的升举效率得到显著提高,但会影响扑翼的气动力大小.而在前飞时,采用时间非对称扑动不能使扑翼的推进效率和升举效率同时得到提高,但会影响扑翼产生的推力和升力大小,从而对扑翼的飞行机动性能产生影响.

综上所述,目前针对时间非对称扑动对扑翼气动特性影响的研究虽然能对微型扑翼飞行器样机的研制提供一定的指导,但这些研究仅考虑了二维扑翼的情况,因此得到的结果与真实昆虫飞行存在差别.本文将以仿黄蜂悬停扑翼为研究对象,采用数值计算的方法,系统研究时间非对称扑动对三维悬停扑翼的气动力、飞行效率以及流场中涡流运动特性产生的影响.

1 物理模型描述

昆虫的翅膀主要由翅脉和翅膜组成,表面上还分布一些凸起结构,准确地模拟昆虫翅膀的结构非常困难,为了简化问题,本文将黄蜂的翅膀简

化为一无厚度的刚性薄板结构,扑翼的形状采用 Nagai 等<sup>[10]</sup>的实验模型,如图 1 所示.图中  $O G_x G_y G_z$  为固定在扑翼上和扑翼一起运动的运动坐标系,  $b$  为扑翼的展长,值为  $0.1\text{ m}$ ,  $b_r$  为扑翼翼根距离扑动轴的距离,值为  $0.024\text{ m}$ ,  $c$  为扑翼的参考弦长(即  $2/3$  展长处扑翼的弦向尺寸),值为  $0.01575\text{ m}$ ,扑翼的面积为  $0.00298\text{ m}^2$ .

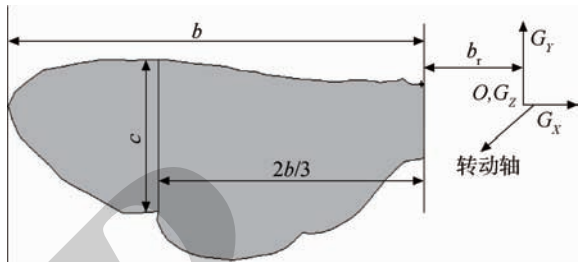


图 1 扑翼平面模型  
Fig. 1 Plane model of flapping wing

为了准确描述不同时间非对称扑动扑翼的运动,在此还定义了固定在地面上的坐标系  $OXYZ$ ,如图 2 所示.其中扑动坐标系和固定坐标系原点相同,扑翼的扑动轴为  $OY$ ,转动轴为  $OG_x$ ,扑翼的扑动位移为  $\theta(t)$ ,转动位移为  $\alpha(t)$ .

在建立时间非对称扑动仿黄蜂扑翼扑动位移  $\theta(t)$  和转动位移  $\alpha(t)$  数学模型时,根据 Ellington 等<sup>[2]</sup>对黄蜂飞行观察实验的分析,假设:

- 1) 各种不同时间非对称扑动扑翼的扑动周期、扑动幅值和转动幅值均保持不变;
- 2) 下扑和上挥轨迹均用简谐函数来描述,满足速度连续条件;
- 3) 扑翼的转动只局限于扑动方向发生改变前后,且转动轨迹具有对称形式,采用简谐函数描述,满足速度连续条件.

在上述条件下,时间非对称扑动扑翼扑动位移  $\theta(t)$  和转动位移  $\alpha(t)$  的数学描述为

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \int_0^t V(t) dt \\ \alpha(t) &= \int_0^t \omega(t) dt \end{aligned} \tag{1}$$

其中

$$V(t) = \begin{cases} -\frac{\theta_m}{2\xi T} \pi \sin[\pi t / (\xi T)] & 0 \leq t < \xi T \\ \frac{\theta_m}{2(T-\xi T)} \pi \sin[\pi(t-\xi T) / (T-\xi T)] & \xi T \leq t \leq T \end{cases} \tag{2}$$

$$\omega(t) = \begin{cases} \alpha_m \frac{2\pi}{\Delta t_r} \cos\left(\frac{2\pi t}{\Delta t_r}\right) & 0 < t < \Delta t_r/4 \\ 0 & \Delta t_r/4 \leq t \leq \xi T - \Delta t_r/4 \\ \alpha_m \frac{2\pi}{\Delta t_r} \cos\left[\frac{2\pi(t - \xi T + \Delta t_r/2)}{\Delta t_r}\right] & \xi T - \Delta t_r/4 < t \leq \xi T + \Delta t_r/4 \\ 0 & \xi T + \Delta t_r/4 < t \leq T - \Delta t_r/4 \\ \alpha_m \frac{2\pi}{\Delta t_r} \cos\left[\frac{2\pi(t - T)}{\Delta t_r}\right] & T - \Delta t_r/4 < t \leq T \end{cases} \quad (3)$$

式中  $\theta_m$  为扑动位移幅值;  $T$  为扑动周期;  $\xi$  为下扑时间比, 即一个周期内下扑时间所占的比例;  $\alpha_m$  为转动位移幅值;  $\Delta t_r$  为在一个运动周期内转动需要时间。

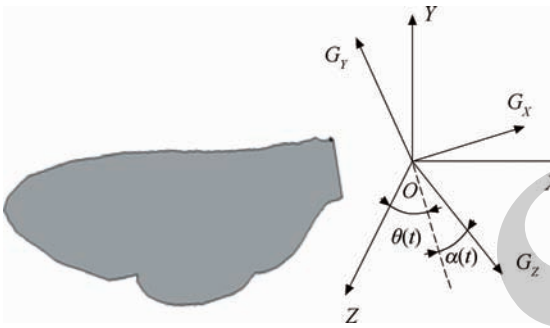


图 2 扑翼坐标系及运动描述

Fig. 2 Description of the coordinate system and motion of the flapping wing

## 2 特征参数描述

在分析时间非对称扑动仿生悬停扑翼气动性能时, 雷诺数由以下公式来描述:

$$Re = \frac{U_r c}{\nu} \quad (4)$$

式中  $U_r$  为参照速度, 其值为  $U_r = \pi f \theta_m (2b/3 + b_r)$ ,  $f$  为扑动频率,  $\nu$  为扑翼周围流体的运动黏度。

扑翼的升力系数和阻力系数可分别定义为

$$C_l = \frac{F_l}{0.5 \rho U_r^2 S} \quad (5)$$

$$C_d = \frac{F_d}{0.5 \rho U_r^2 S} \quad (6)$$

式中  $F_l$  为扑翼升力,  $F_d$  为扑翼阻力,  $\rho$  为扑翼周围流体密度,  $S$  为扑翼面积。

支持扑翼运动所消耗的能量可由以下公式来描述:

$$P(t) = -M_t \dot{\theta} - M_r \dot{\alpha} \quad (7)$$

式中  $M_t$  为扑动力矩,  $M_r$  为转动力矩,  $\dot{\theta}$  为扑动速度,  $\dot{\alpha}$  为转动速度。

在分析中, 扑翼扑动所消耗的能量一般需要

转换成无量纲的形式, 即以能量系数来表征

$$C_p = \frac{P(t)}{0.5 \rho U_r^3 S} \quad (8)$$

为了更好地对比不同时间非对称扑动仿生悬停扑翼的气动特性, 升力系数、阻力系数和能量系数在此表示为时均值, 其定义为

$$\begin{aligned} \overline{C_l} &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} C_l dt & \overline{C_d} &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} C_d dt \\ \overline{C_p} &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} C_p dt \end{aligned} \quad (9)$$

表征悬停扑翼气动性能的飞行效率定义为

$$\eta_l = \frac{\overline{C_l}}{\overline{C_p}} \quad (10)$$

## 3 分析方法描述

### 3.1 悬停扑翼控制方程及其求解方法

考虑自然界中蜜蜂真实的飞行环境, 其飞行雷诺数约为  $10^3$ <sup>[11]</sup>, 在这飞行雷诺数范围内, 扑翼周围流体流动的控制方程为非定常、不可压缩、三维层流 Navier-Stokes 方程, 其具体数学表达式为

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{U} \quad (12)$$

式中  $\mathbf{U}$  为流体的流动速度向量,  $p$  为流体的压力。

悬停扑翼控制方程采用有限体积法进行求解, 其中控制方程中非定常项采用 1 阶隐式格式进行离散, 对流项采用 2 阶迎风格式进行离散, 扩散项采用中心差分格式进行离散, 速度和压力的解耦采用 SIMPLEC (semi-implicit method for pressure linked equations consistent) 算法, 扑翼的悬停运动采用动网格技术来控制 and 实现。

### 3.2 网格划分及边界条件

计算区域的尺寸为  $6(b+b_r) \times 6(b+b_r) \times 3(b+b_r)$ , 采用四面体网格对整个计算区域进行网格划分。为了更好地捕捉扑翼周围流体流动特性, 将计算区域网格划分为内、中和外 3 层, 从内到外网格密度从密到稀变化。在计算过程中, 中间

层和外层网格不随时间的变化而变化,网格的重画主要发生在内层网格区域.计算区域的左边界、上边界、下边界、前边界和右边界采用压力出口边界条件,扑翼表面采用无滑移壁面边界条件,后边界采用对称边界条件,具体如图 3 所示.

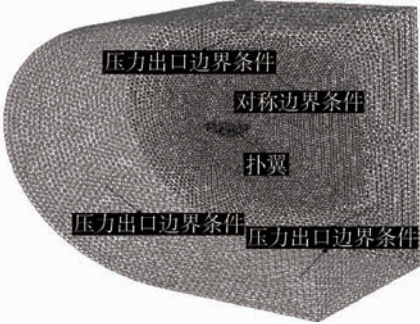


图 3 三维仿生悬停扑翼计算区域及边界条件

Fig. 3 Computational domain and boundary conditions of three-dimensional flapping hovering bionic wing

3.3 分析方法验证

在进行数值分析之前,首先需要对计算网格进行密度无关性验证.在此考虑了 3 种网格划分情况,分别为:第 1 种网格系统网格总数为 $9.24 \times 10^5$ ,第 1 层网格距离扑翼表面的距离 3.6 mm;第 2 种网格系统网格数为 $5.91 \times 10^5$ ,第 1 层网格距离扑翼表面的距离 4.4 mm;第 3 种网格系统网格数为 $2.92 \times 10^5$ ,第 1 层网格距离扑翼表面的距离 7.0 mm.在计算过程中不同的网格系统,第 1 层网格距离扑翼表面的距离均保持不变.图 4 给出了 $\theta_m=2\pi/3$ , $\alpha_m=\pi/2$ , $\xi=0.50$ , $Re=2347$ ,迭代时间步长 $\Delta t=0.001T$ 和 $\Delta t_r=0.20T$ 时,采用上述 3 种网格系统计算所得到的扑翼升力系数和阻力系数在一个稳定的扑动周期内的变化曲线.从图 4 中可以看出采用第 1 种网格和第 2 种网格系统计算所得到的升力系数和阻力系数随时间的变化曲线在变化幅值 and 变化趋势上均得到了较好的吻合,这表明当网格数为 $5.91 \times 10^5$ ,第 1 层网格距离扑翼表面的距离 0.0044 m 时,仿黄蜂悬停扑翼的数值计算结果基本不受网格密度变化的影响.

在进行网格密度无关性验证之后,需要对迭代时间步长的无关性进行验证,以上述第 2 种网格系统为基础,选定迭代步的时间步长分别为 $0.002T$ , $0.001T$ 和 $0.0005T$ 进行计算,研究计算结果对迭代时间步长的敏感性.图 5 给出了升力系数和阻力系数随时间的变化曲线,从图中可以看出 3 种迭代时间步长所计算的升力系数和阻

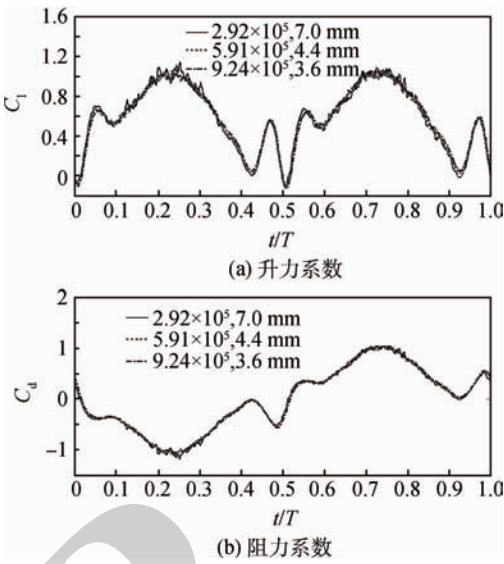


图 4 不同网格数时扑翼的升力系数和阻力系数时程曲线

Fig. 4 Time history of lift coefficient and drag coefficient of flapping wing with different grid numbers

力系数曲线基本一致,表明悬停扑翼的计算结果与迭代时间步长无关.综合考虑计算效率和技术精度,以下的数值计算中以第 2 种网格划分为基础,迭代时间步长定为 $0.001T$ .

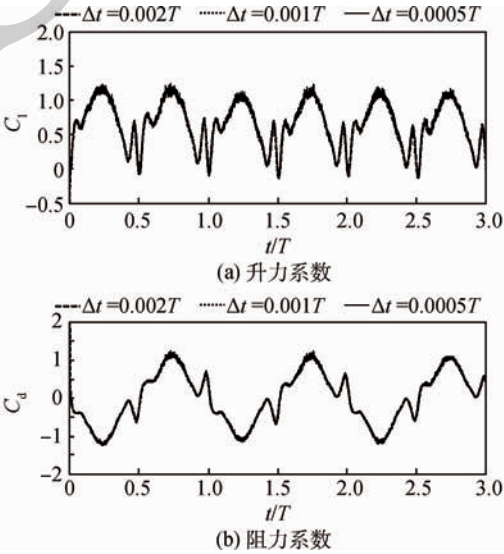


图 5 升力系数和阻力系数在不同时间步长随时间变化的计算结果对比图

Fig. 5 Comparison of computational results of time histories of lift coefficient and drag coefficient for different iteration time steps

在进行网格密度无关性和时间步长无关性验证之后,还需要对数值计算方法在分析非定常流体流动问题的准确性进行验证.这里以 Nagai 等<sup>[10]</sup>针对一仿生悬停扑翼的实验模型为例,采用

本文的数值方法对这一算例进行分析. 在数值模拟中雷诺数  $Re = 2347$ , 扑动幅值为  $2\pi/3$ , 转动幅值为  $\pi/2$ ,  $\xi = 0.50$ , 迭代时间步长  $\Delta t = 0.001T$ ,  $\Delta t_r = 0.20T$ . 图6给出了一个扑动周期内升力系数和阻力系数数值计算结果和文献实验数据随时间的变化曲线, 从图中可以看出数值计算结果和文献实验数据在一个扑动周期内变化趋势得到了较好的吻合, 此外采用本文数值方法计算得到的升力系数均值为0.52, 推力系数均值为0.003, 文献[10]实验测得升力系数均值为0.49, 推力系数均值为0, 所以当前计算结果和实验数据得到了较好的吻合, 采用本文数值计算方法可以有效地计算悬停扑翼的非定常运动.

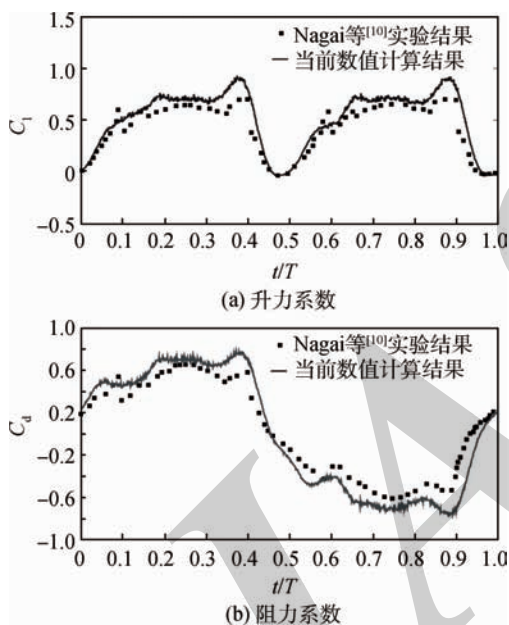


图6 升力和推力系数随时间变化的数值计算结果和实验数据对比图

Fig. 6 Comparison of time histories of lift coefficient and drag coefficient between numerical results and experiment data

## 4 计算结果分析和讨论

在分析时间非对称扑动对三维仿黄蜂悬停扑翼气动特性的影响中, 主要考虑下扑时间比  $\xi$  变化对悬停扑翼气动性能产生的影响. 悬停时扑翼的雷诺数、扑动幅值、转动幅值和转动时间保持不变, 其值分别为:  $Re = 2347$ ,  $\theta_m = 2\pi/3$ ,  $\alpha_m = \pi/2$ ,  $\Delta t_r = 0.2T$ . 分析下扑时间比  $\xi = 0.44 \sim 0.56$ , 间隔为0.02的一系列不同时间非对称扑动扑翼的气动性能.

采用不同时间非对称扑动悬停扑翼的气动性

能情况如图7所示. 从图中可以看出, 随着下扑时间比的增大, 扑翼产生的时均阻力系数均值单调递增, 在  $\xi = 0.52$ , 即扑翼下扑和上挥时间比值为1.08时, 扑翼的阻力系数趋于零. Ellington<sup>[2]</sup>针对黄蜂飞行的实验测量结果表明, 黄蜂悬停时其翅膀的下扑和上挥时间比值为1.13, 这表明本文的数值计算结果和实验测量结果得到了较好的吻合. 从图7中还可以发现: 采用时间非对称扑动的悬停扑翼产生的升力系数时均值和飞行效率均大于时间对称扑动的扑翼(最大分别约增加3%和7%), 此外, 采用时间非对称扑动的悬停扑翼所消耗的能量也小于相应的时间对称扑动扑翼. 这表明, 在悬停飞行状态下, 采用时间非对称扑动的扑翼具有更好的气动性能.

为了进一步分析不同时间非对称扑动仿生悬停扑翼产生不同气动性能的内在原因, 图8给出了下扑时间比分别为0.50和0.52两种悬停扑翼的阻力系数、升力系数以及能量系数在一个扑动周期内随时间变化曲线. 从图8(a)和图8(b)中可以看出, 在下扑阶段, 就所研究的两种不同时间非对称扑动悬停扑翼产生的气动力在变化趋势和幅值大小上均相类似, 而在上挥过程中两者却有明显的不同.  $\xi = 0.52$  的悬停扑翼在上挥初始过程中产生的阻力系数和升力系数幅值(如图中A, B, C, D所示)明显大于  $\xi = 0.50$  的悬停扑翼. 这表明采用时间非对称扑动增强了使扑翼产生高升力的旋转环流机制<sup>[12-14]</sup>. 从图8(a)和图8(b)中还可以看出当扑翼转动结束以一定的攻角上挥运动时, 即图中  $t/T = 4.7 \sim 4.9$ ,  $\xi = 0.52$  的悬停扑翼产生的气动力明显大于  $\xi = 0.50$  的悬停扑翼. 而从图8(c)中可以看出  $\xi = 0.52$  和  $\xi = 0.50$  悬停扑翼产生了相似的能量系数变化规律, 但  $\xi = 0.52$  的悬停扑翼产生的能量系数正幅值略大于  $\xi = 0.50$  的悬停扑翼.

流场中扑翼周围涡流的变化是扑翼气动特性变化的内在原因. 为了更深入分析时间非对称扑动对三维仿生悬停扑翼气动性能产生的影响, 图9为所研究的两种不同时间非对称悬停扑翼在  $t/T = 0.75$  时, 展向为  $0.25b$ ,  $0.50b$  和  $0.75b$  处截面的量图.

从图9(a)中可以看出, 随着扑翼展向截面位置的不同,  $\xi = 0.50$  的悬停扑翼表面产生了各种不同的涡流形态, 当扑翼的截面处在展向中心时, 扑翼表面产生的涡均贴附在扑翼表面, 而当扑翼的截面靠近扑翼翼尖或翼根时, 扑翼表面产生的

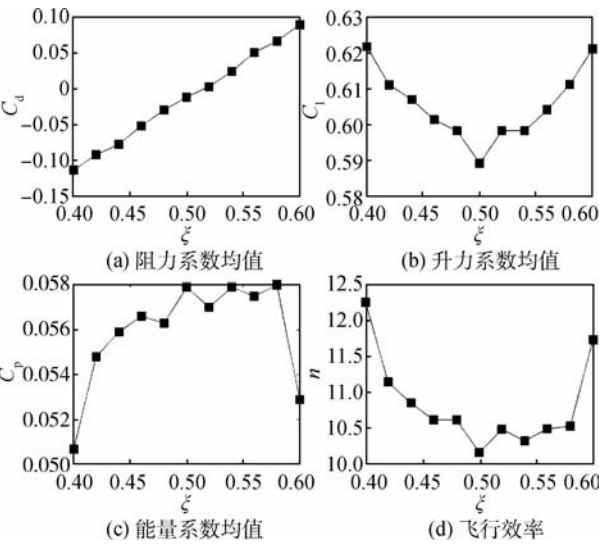


图 7 不同时间非对称扑动扑翼的气动性能  
Fig. 7 Aerodynamic performance of different time asymmetric flapping wing

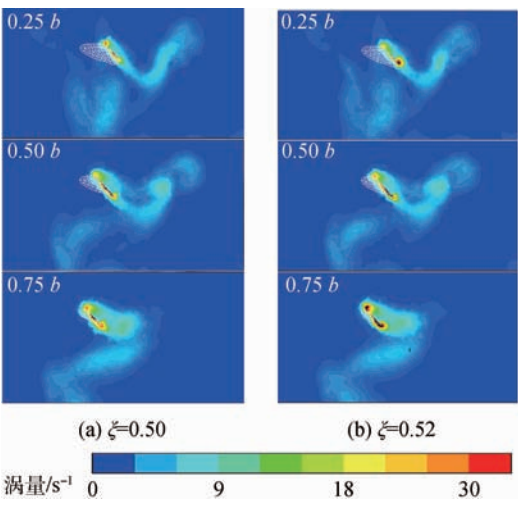


图 9 不同时间非对称扑动悬停扑翼在展向 0.25*b*,0.50*b*和 0.75*b*处截面涡量图  
( $t/T=0.75,\xi=0.50,0.52$ )  
Fig. 9 Vortex of different time asymmetric flapping hovering wing at spanwise section 0.25*b*,0.50*b*,0.75*b*, ( $t/T=0.75,\xi=0.50,0.52$ )

涡却出现了明显的分离. 在 Johansson 等<sup>[15]</sup>针对仿天蛾飞行扑翼的数值研究中也发现了类似的涡结构,并将扑翼表面存在的这种复杂涡流结构称为多涡结构,并认为多涡结构可以增强扑翼的气动性能.从图 9(b)中可以看出  $\xi=0.52$  的悬停扑翼表面涡流结构和  $\xi=0.50$  的悬停扑翼相似,但  $\xi=0.52$  的悬停扑翼表面涡的强度大于  $\xi=0.50$  的悬停扑翼,这即为  $\xi=0.52$  的悬停扑翼在上挥过程中具有较大气动力的原因.

图 10 给出了  $t/T=0.75$  时上述两种时间非对称扑动悬停扑翼表面的流线图,其中表面的云图为压力的大小.从图中可以看出,相对于时间对称扑动悬停扑翼,  $\xi=0.52$  的悬停扑翼表面存在明显的展向流.根据 Ellington 等<sup>[16]</sup>和 Lan, Sun 等<sup>[17-18]</sup>对昆虫模型实验和数值研究的结论,展向

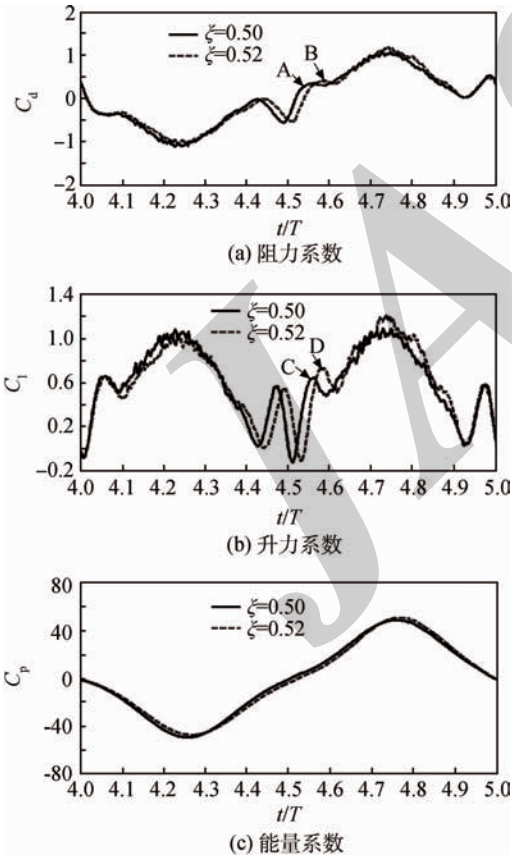
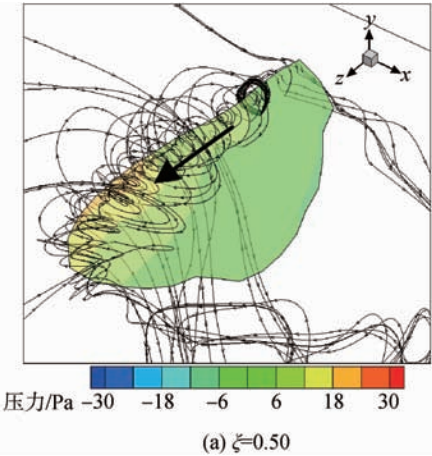


图 8 不同时间非对称扑动悬停扑翼的阻力系数、升力系数以及能量系数在一个扑动周期内随时间变化曲线 ( $\xi=0.50,0.52$ )  
Fig. 8 Time history curves of lift coefficient,drag coefficient and energy coefficient of different time asymmetric flapping hovering wings in one flapping period ( $\xi=0.50,0.52$ )



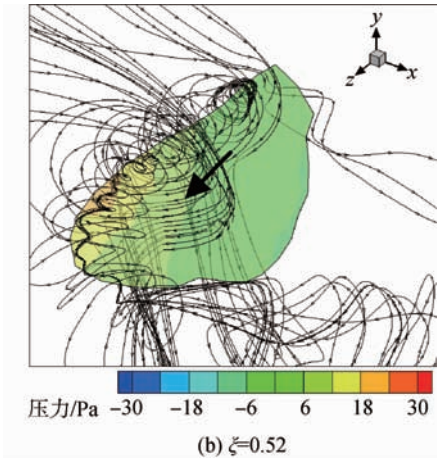


图 10 不同时间非对称扑动悬停扑翼表面流线图  
( $t/T=0.75, \xi=0.50, 0.52$ )

Fig. 10 Streamlines of different time asymmetric flapping hovering wings ( $t/T=0.75, \xi=0.50, 0.52$ )

流可以增强使扑翼产生高升力的延迟失速机制, 这即为  $\xi=0.52$  的悬停扑翼具有较好气动性能的原因。

### 5 结 论

本文通过对自然界中黄蜂飞行观测实验分析, 建立了悬停时不同时间非对称扑动轨迹数学模型, 采用数值求解三维 N-S 方程的方法, 研究了下扑和上挥时间非对称扑动对三维仿黄蜂悬停扑翼气动性能的影响。结果表明采用适当的时间非对称可以增强悬停扑翼的气动性能, 相对于下扑和上挥时间对称扑动, 非对称扑动扑翼升力系数均值和飞行效率最大增加 3% 和 7%。通过对不同时间非对称扑动扑翼周围流体流动细节分析发现, 采用时间非对称扑动可以增强使扑翼产生高升力的旋转环流机制, 并且时间非对称扑动扑翼的涡流和展向流的强度也高于时间对称扑动扑翼。本文的研究结果可为效率更高、负载更大的微型扑翼飞行器的样机设计提供指导。

### 参考文献:

[1] Alexander D E. Nature's flyers: birds, insects, and the bio-mechanics of flight[M]. Baltimore, US: The Johns Hopkins University Press, 2002.

[2] Ellington C P. The aerodynamics of hovering insect flight: III kinematics[J]. Philosophical Transaction of the Royal Society of London: Series B Biological Sciences, 1984, 305 (1122): 41-78.

[3] Dudley R, Ellington C P. Mechanics of forward flight in bumblebees: I kinematics and morphology[J]. Journal of

Experimental Biology, 1990, 148(1): 19-52.

[4] Alford L D, Jr. Aerodynamic analysis of natural flapping flight using a lift model based on spanwise flow[D]. Dayton, US: University of Dayton, 2010.

[5] Yu Y L, Tong B G. A flow control mechanism in wing flapping with stroke asymmetry during insect forward flight[J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 21(3): 218-227.

[6] Zhang X W, Zhou C Y. Numerical investigation on the aerodynamic characteristics of a forward flight flapping airfoil with nosymmetrical plunging motion [J]. Information Technology Journal, 2011, 10(4): 748-758.

[7] Sarkar S, Chajjed S, Krishnan A. Study of asymmetric hovering in flapping flight[J]. European Journal of Mechanics: B Fluids, 2013, 37(1): 72-89.

[8] Lu K, Xie Y H, Zhang D, et al. Numerical investigations into the asymmetric effects on the aerodynamic response of a pitching airfoil[J]. Journal of Fluids and Structures, 2013, 39(5): 76-86.

[9] Zhu J Y, Zhou C Y. Aerodynamic performance of a two-dimensional flapping wing in asymmetric stroke[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2014, 288(2): 1-12.

[10] Nagai H, Isogai K, Fujimoto T, et al. Experimental and numerical study of forward flight aerodynamics of insect flapping wing[J]. AIAA Journal, 2009, 47(3): 730-742.

[11] Bomphrey R J, Taylor G K, Thomas A L R. Smoke visualization of free-flying bumblebees indicates independent leading-edge vortices on each wing pair[J]. Experiments in Fluids, 2009, 46(5): 811-821.

[12] Dickinson M H, Lehmann F O, Sane S P. Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight[J]. Science, 1999, 284(5422): 1954-1960.

[13] Shyy W, Aono H, Chimakurthi S K, et al. Recent progress in flapping wing aerodynamics and aeroelasticity[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2010, 46(7): 284-327.

[14] 赵红燕, 张鹏飞, 宁建国. 扑翼模型的气动力研究[J]. 北京理工大学学报, 2014, 34(增刊 1): 172-175.

ZHAO Hongyan, ZHANG Pengfei, NING Jianguo. A study of aerodynamics of a flapping-wing model[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2014, 34(Suppl. 1): 172-175. (in Chinese)

[15] Johansson L C, Engel S, Kelber A, et al. Multiple leading edge vortices of unexpected strength in freely flying hawk-moth[J]. Scientific Reports, 2013, 3(11): 3264. 1-3264. 5.

[16] Ellington C P, Berg C V D, Willmott A P, et al. Leading edge vortices in insect flight[J]. Nature, 1996, 384(6610): 626-630.

[17] Lan S L, Sun M. Aerodynamic properties of a wing performing unsteady motions at low Reynolds number[J]. Acta Mechanica, 2001, 149(1): 135-147.

[18] Sun M, Tang J. Unsteady aerodynamic force generation by a model fruit fly wing in flapping motion[J]. Journal of Experimental Biology, 2002, 205(1): 55-70.

(编辑: 陈 越)